SEKCJA 21. FIZYKI I MATEMATYKI. (ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ)

ПОД- СЕКЦИЯ 6. Математика.

Жасипова А.А.
Студентка
Западно-Казахстагского Государственного Университета.

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Теория графов – это раздел математики, которому уже 240 лет.

Первая работа по теории графов принадлежит Леонарду Эйлеру (1736 год), хотя термин «граф» впервые ввел в 1936 году венгерский математик Денеш Кениг. Графами были названы схемы, состоящие из точек (вершины графа) и соединяющих эти точки отрезков прямых или кривых. С помощью графов часто упрощалось решение задач, сформулированных в различных областях знаний: в автоматике, электронике, физике, химии и др. С помощью графов изображаются схемы дорог, газопроводов, тепло- и электросети. Помогают графы в решении математических и экономических задач. На простых примерах и задачах я попытался показать применение теории графов к решению различных практических задач. Своей простотой, доступностью и наглядностью язык теории графов красив и лаконичен. Теория графов успешно применяется при решении логических задач, графы помогают при решении олимпиадных задач, которые требуют максимальной изобретательности при минимальных математических знаниях. В последние десятилетия теория графов находит все новые области применения (физика, химия, генетика, психология, социология, экономика, лингвистика, электроника, теория планирования и управления). Именно запросы практики способствуют интенсивному развитию теории графов

В последние несколько лет теория графов стала важнейшим математическим инструментом, широко используемым во многих областях науки, начиная с исследования операций и лингвистики и кончая химией и генетикой. В то же самое время она выросла в самостоятельную математическую дисциплину.

Объектом нашего исследования является метрические характеристики графа и её применение.

Предметом исследования– с помощью метрических характеристик графов решение практической задачи.

Цель исследования- изучение литературных источников по данной теме и самостоятельное построение графов, матриц иллюстрирующих теоретические положения;

Гипотеза исследования – выход из сложной игровой или практической ситуации будет оптимальным; понятным и наглядным, если применить теорию графов.

Методы исследования, используемые при написании данной работы- изучение и осмысление литературы.

ПОНЯТИЕ "ГРАФ"

Пусть V – непустое множество, $V^{(2)}$ – множество всех его двухэлементных подмножеств. Пара (V,E), где E – произвольное подмножество множества $V^{(2)}$, называется графом (неориентированным графом). Элементы множества V называются вершинами графа, а элементы множества E – ребрами. Итак, граф – это конечное множество V вершин и множество E ребер, $E \subset V^{(2)}$.

МЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРАФА

Пусть G– связный граф, а u и v– две его несовпадающие вершины. Длина кратчайшего (u, v)-маршрута называется расстоянием между вершинами u и v обозначается d(u, v). Положим d(u, u)=0. Очевидно, что введенное таким образом расстояние удовлетворяет следующим аксиомам метрики:

1. $d(u, v) \geq 0$;
2. $d(u, v)=0$ тогда и только тогда, когда $u=v$;
3. $d(u, v)=d(v, u)$;
4. $d(u, v)+ d(v, w)= d(u, w)$

(неравенство треугольника).

Для фиксированной вершины u величина e(u)=max d (u v)называется эксцентриситетом вершины u. Максимальный среди всех эксцентриситетов вершин называется диаметром графа G и обозначается через d(G). Тем самым

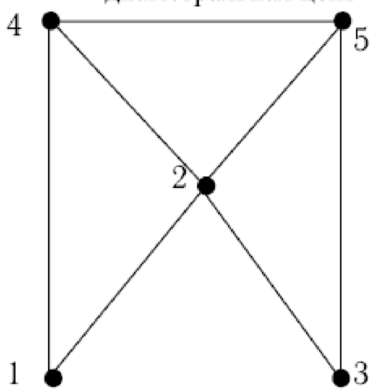
dG =max e(u)

Вершина v называется периферийной, если e(v)=d(G). Простая цепь длины d(G), расстояние между концами которой равно d(G), называется диаметральной цепью.

Минимальный из эксцентриситетов вершин связного графа называется его радиусом и обозначается через r(G).

Пример

$d(1, 2)=1$, $d(1, 3)=2$, $e(1)=2$, $d(G)=2$.
Все вершины, кроме вершины 2, являются периферийными, (1, 2, 3) – диаметральная цепь.



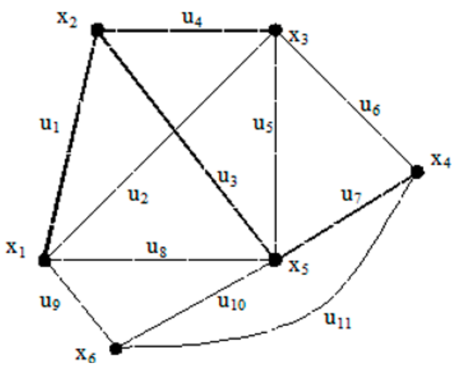
Очевидно, что радиус графа не больше его диаметра.

Вершина v называется центральной, если e(v)=r(G). Множество всех центральных вершин графа называется его центром. Граф может иметь единственную центральную вершину или несколько центральных вершин. Наконец, центр графа может совпадать с множеством всех вершин. Например, центр простой цепи Pn при четном числе вершин n состоит ровно из двух вершин, а при нечетном – из одной; для цикла же Cn все вершины являются центральными.

Задача нахождения центральных вершин графа постоянно возникает в практической деятельности людей. Пусть, например, граф представляет сеть дорог, т.е. вершины его соответствуют отдельным населенным пунктам, а ребра – дорогам между ними. Требуется оптимально разместить больницы, магазины. В подобных ситуациях критерий оптимальности часто заключается в оптимизации «наихудшего» случая, т.е. в минимизации расстояния от места обслуживания до наиболее удаленного пункта. Следовательно, местами размещения должны быть центральные вершины графа.

Реальные задачи (их называют минимаксными задачами размещения) отличаются от идеальной тем, что приходится ещё учитывать другие обстоятельства – фактические расстояния между отдельными пунктами, стоимость, время проезда и прочее. Для того чтобы учесть это, используют взвешенные графы.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ



Матрица смежности:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица инцидентности:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица расстояний:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Эксцентриситеты вершин:

$e(x_1)=2$

$e(x_2)=2$

$e(x_3)=2$

$e(x_4)=2$

$e(x_5)=1$

$e(x_6)=2$

Передаточные числа вершин:

$p(x_1)=6$

$p(x_2)=7$

$p(x_3)=6$

$p(x_4)=7$

$p(x_5)=5$

$p(x_6)=7$